

ÜBUNGSZETTEL 5 - LINEARE ALGEBRA II

JENS FRANKE, FABIAN HEBESTREIT

Aufgabe 1 (4 Punkte). *Zeigen Sie: Zu jedem Endomorphismus f eines K -Vektorraums endlicher Dimension V mit zerfallendem charakteristischen Polynom existiert genau ein Paar Endomorphismen n und d , mit folgenden Eigenschaften:*

- (1) n ist nilpotent.
- (2) d ist diagonalisierbar.
- (3) $nd = dn$
- (4) $f = d + n$

Aufgabe 2 (4 Punkte). *Man bestimme die reellen Lösungen des Differenzialgleichungssystems*

$$\begin{aligned} 4f + g - 2h &= f' \\ 3f + 14g - 18h &= g' \\ 2f + 6g - 7h &= h' \end{aligned}$$

für Funktionen $f, g, h \in C^\infty(\mathbb{R}, \mathbb{R})$.

Aufgabe 3 (5 Punkte). *Finden sie die Jordansche Normalenform folgender Matrizen, jeweils über den Körpern $\mathbb{Z}/2$, $\mathbb{Z}/3$, \mathbb{R} und \mathbb{C} , sofern möglich.*

$$\begin{pmatrix} -3 & -10 & 54 \\ 1 & 3 & -11 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} -13 & 12 & 8 \\ -27 & 25 & 16 \\ 16 & -15 & -9 \end{pmatrix}$$

Man beweise auch die Unmöglichkeit dieses Unterfangens, wenn angemessen, und bestimme ggf. die reelle Normalform gemäß Aufgabe 4.

