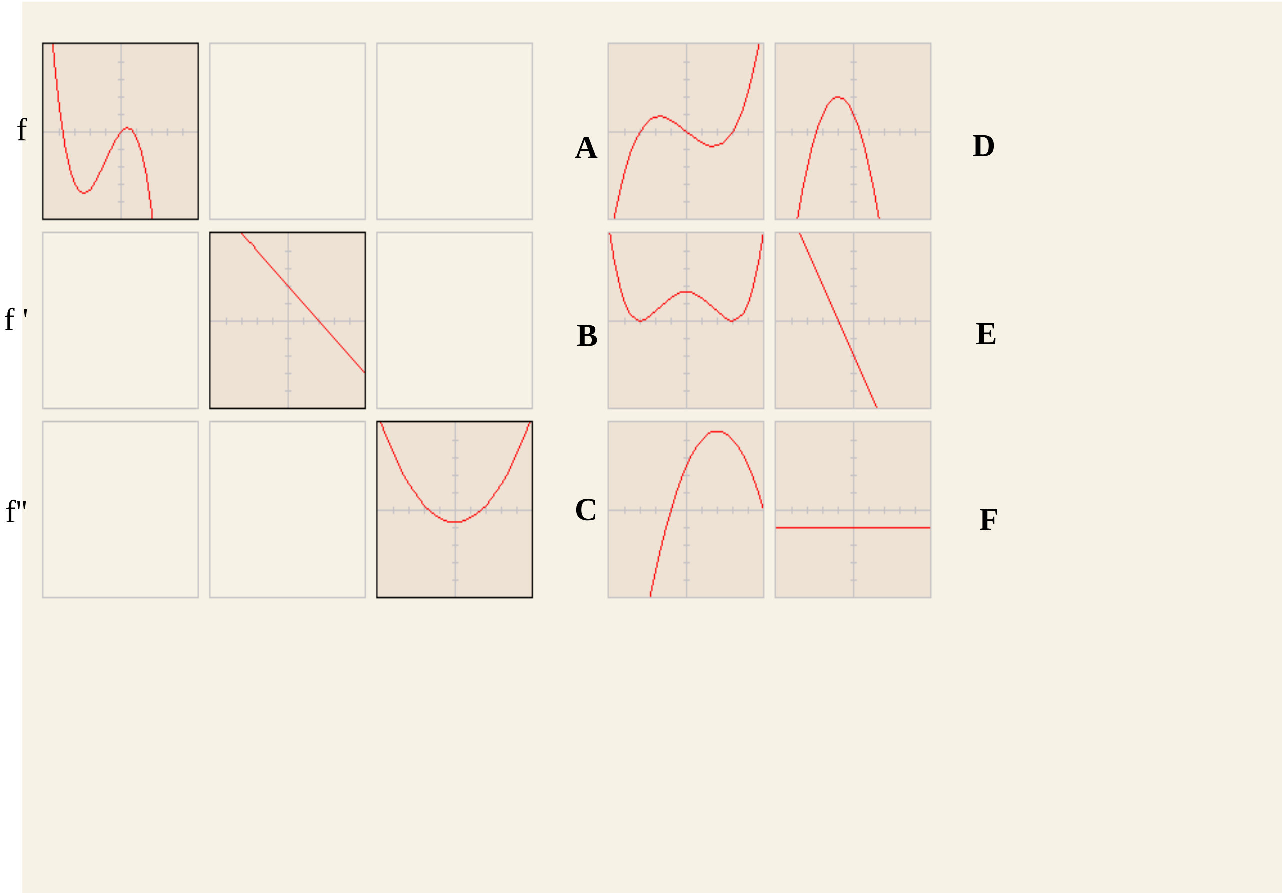
Probeklausur
Mathematik für Geowissenschaftler I

Vorname:	Nachname:
Matrikelnummer:	

(bitte nicht ausfüllen)

Aufgabe	***Punkte***	***Aufgabe***	***Punkte***
1	6	6	4
2	6	7	5
3	6	8	4
4	6	9	4
5	8		$\sum$ ❑

<u>Aufgabe 1 (6 Punkte):</u> Ordnen Sie die unten rechts stehenden Graphen (A-F) so an, daß im linken Bild in einer Spalte jeweils in einer tieferen Zeile der Graph der Ableitung der darüberliegenden Zeile liegt.



Aufgabe 2 (6 Punkte): Es seien f, g, h differenzierbare Funktion und alle vorkommenden Funktionen seien definiert. Bestimmen Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen:

a) $f(x)+g(x)+h(x)$
b) $f(x)\cdot g(x)\cdot h(x)$
c) $f(g(x)\cdot h(x))$
d) $f(g(x)^2)$
e) $f(g(x)+h(x))$
f) $f(x)\cdot(g(x)+h(x))$

Antwortmöglichkeiten:

A	$f'(x)+g'(x)+h'(x)$
B	$f'(g(x)^2)\cdot 2g(x)\cdot g'(x)$
C	$f'(x)\cdot g(x)\cdot h(x)+f(x)\cdot g'(x)\cdot h(x)+f(x)\cdot g(x)\cdot h'(x)$
D	$f'(g(x)+h(x))\cdot(g'(x)+h'(x))$
E	$f'(x)\cdot g'(x)\cdot h'(x)$
F	$f'(x)\cdot(g(x)+h(x))\cdot(g'(x)+h'(x))$
G	$f'(g(x)\cdot h(x))\cdot(g'(x)\cdot h(x)+g(x)\cdot h'(x))$
H	$f'(g(x)\cdot h(x))$
I	$f'(g(x)+h(x))$
J	$f'(x)\cdot(g(x)+h(x))+f(x)\cdot(g'(x)+h'(x))$

<u>Aufgabe 3 (6 Punkte)</u>:

Bestimmen Sie die Ableitung und eine Stammfunktion der folgenden Funktionen:

$$\sinh(x) := \frac{e^x - e^{-x}}{2}, \cosh(x) := \frac{e^x + e^{-x}}{2}, \tanh(x) := \frac{\sinh(x)}{\cosh(x)}$$

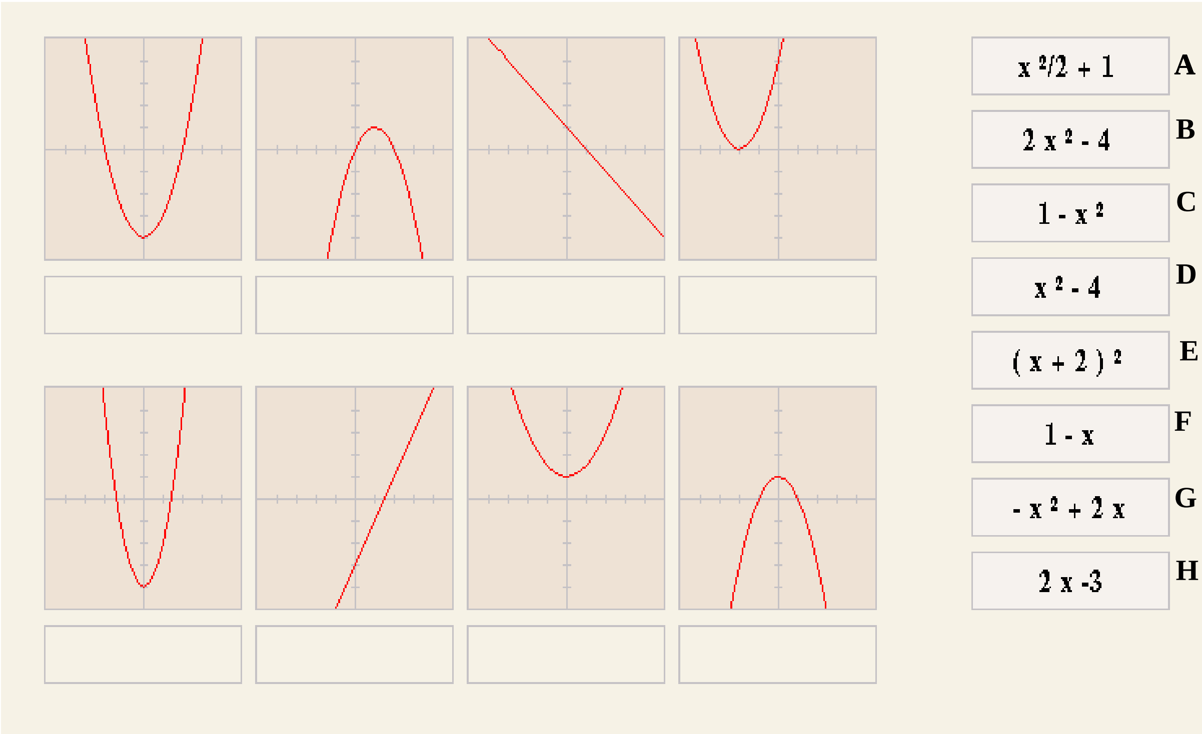
Aufgabe 4 (6 Punkte):

i) Entwickeln Sie das Polynom $f(x)=x^2$ nach $a \in \mathbb{R}$. Was ist die Ableitung von $f(x)$ an der Stelle a?

ii) Entwickeln Sie das allgemeine Polynom zweiten Grades $f(x)=a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0$ nach $a \in \mathbb{R}$. Was ist die Ableitung von $f(x)$ an der Stelle a?

Hinweis: Ersetzen Sie x durch $((x-a)+a)$ und sammeln Sie die Potenzen von $(x-a)$.

Aufgabe 5 (8 Punkte): Ordnen Sie die Funktionen ihren Graphen zu



Aufgabe 6 (4 Punkte): Begründen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:

i) $\int_{-1}^{1} (x^3+x)^3 \, dx = 0$

ii) $\int_{0}^{1} \arcsin(x) \, dx = \frac{\pi}{2} - 1$

iii) $\int \frac{f'(x)}{f(x)} \, dx = \ln(f(x))$

iv) $\int_{-a}^{a} \cos(x)^5 \, dx = 0$

<u>Aufgabe 7 (5 Punkte):</u> Berechnen Sie:

a) $\left(\frac{1}{x}\right)'$

b) $\left(\sqrt{x^2+1}\right)'$

c) $\left(\cos(x)^3\right)'$

e) $\int (x^3+9)^2 \cdot x^2\, dx$

f) $\int_1^a \frac{1}{x}\, dx$

<u>Aufgabe 8 (4 Punkte):</u>

Die Potenzreihenentwicklung einer Funktion f mit Entwicklungspunkt 0 ist definiert als

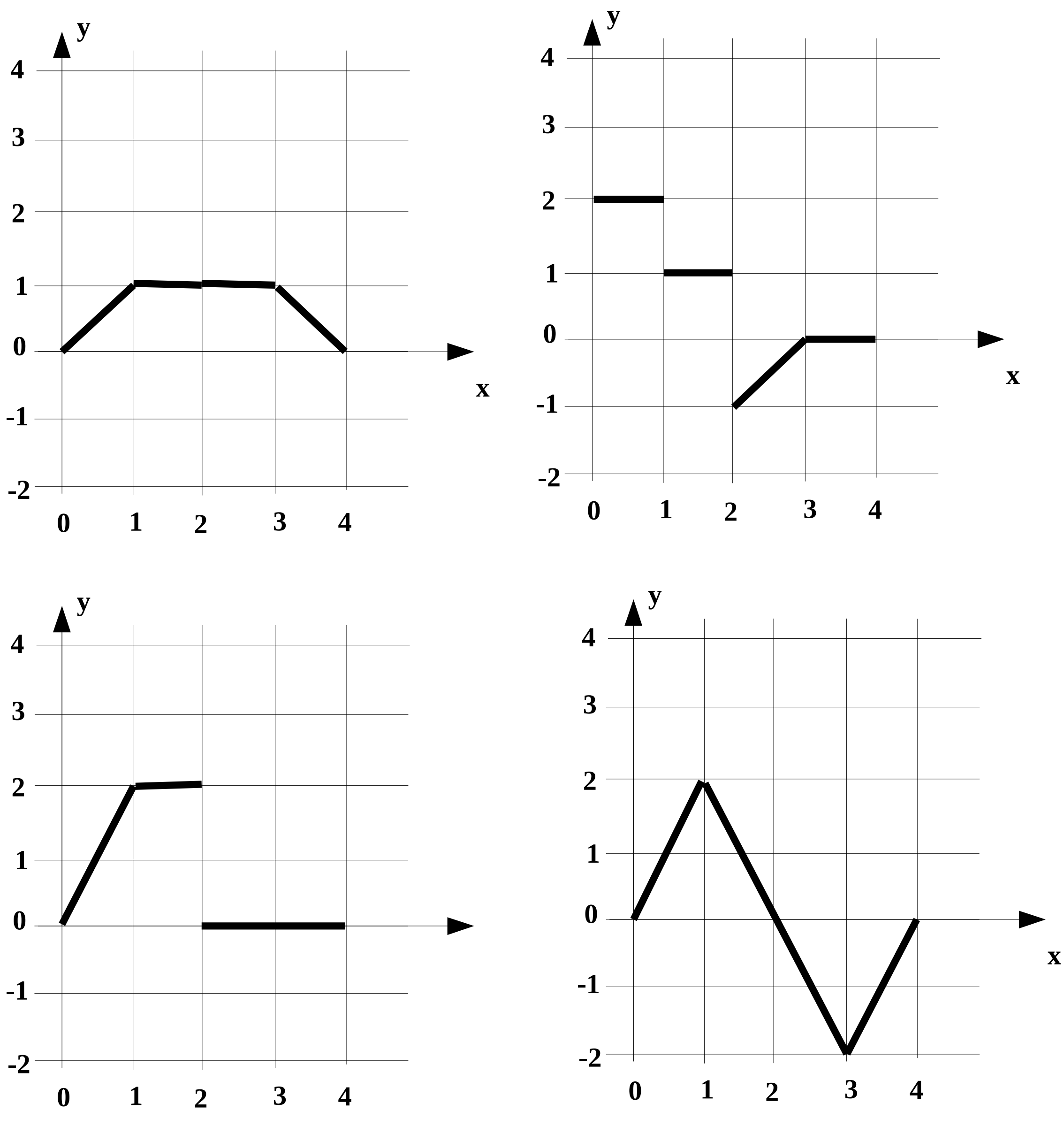
$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{f^{(k)}(0)}{k!} x^k$$

Ordnen Sie die folgenden Funktionen ihren Potenzreihen zu:

$\cos(x)$
$\sin(x)$
$\frac{1}{1-x}$
e^x

A: $\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!}, x \in \mathbb{R}$
B: $\sum_{k=0}^{\infty} x^k, x \in (-1,1)$
C: $\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{x^{2k}}{(2k)!}, x \in \mathbb{R}$
D: $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!}, x \in \mathbb{R}$

<u>Aufgabe 9 (4 Punkte):</u> Bestimmen Sie $\int_0^4 f(x)\,dx$ für die Funktionen $f(x)$, deren Graphen unten dargestellt sind.



Hinweise:

$(\ln(x))' = \frac{1}{x}$ $(e^x)' = e^x$ $(\sin(x))' = \cos(x)$ $\cos(x)' = -\sin(x)$

Eine Stammfunktion $\int f(x)dx$ von $f(x)$ ist eine Funktion mit $(\int f(x)dx)' = f(x)$

$\int_a^b f(x)dx$ ist die Fläche zwischen dem Graphen von $f(x)$ und der $x-$ Achse und den Geraden $x=a$ und $x=b$ (oberhalb der $x-$ Achse positiv, unterhalb negativ gezählt). Es gilt: $\int_a^b f(x)dx = (\int f(x)dx)(b) - (\int f(x)dx)(A)$

Es gelten für differenzierbare Funktionen f, g und $\lambda \in \mathbb{R}$ die Ableitungsregeln:

$(f(x)+g(x))' = f'(x)+g'(x), (\lambda f(x))' = \lambda f'(x)$
$(f(x) \cdot g(x)) = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$ $(f(g(x))' = f'(g(x)) \cdot g'(x))$

$\arcsin$ ist die Umkehrabbildung von $\sin : [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \rightarrow [-1,1]$